

Mathematics

गणित

(311)

Assignment - I

मूल्यांकन पत्र - I

(Lessons 1-11)

(पाठ 1 से 11 तक)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

Note: (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

टिप्पणी: सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

1. Answer any two of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए:

(i) If $\sqrt{3} + i = (a + ib)(c + id)$, then find the value of the following .

$\sqrt{3} + i = (a + ib)(c + id)$, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

$$\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)$$

(ii) If the quadratic equations $x^2 - ax + b = 0$ and $x^2 + bx - a = 0$ have a common root, then show that $a-b=1$

यदि द्विघाती समीकरण $x^2 - ax + b = 0$ तथा $x^2 + bx - a = 0$ का एक उभयनिष्ठ मूल है, तो दर्शाइए कि $a-b=1$

(iii) A point moves in a plane such a way that the sum of its distances from the point

$(ae,0)$ and $(-ae,0)$ is $2a$, show that the locus of this point $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-e^2)} = 1$

एक बिंदु एक तल में ऐसे चलता है कि इसके बिंदु $(ae,0)$ तथा $(-ae,0)$ से दूरियों का योग

$2a$ है, दर्शाइए कि इस बिंदु का बिंदुपथ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-e^2)} = 1$ है।

2. Answer any two of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए:

(i) Find the equation of the line through the intersection of the lines $2x+3y-4=0$ and $x-5y+7=0$ and has x-intercept equal to -4 .

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं $2x+3y-4=0$ तथा $x-5y+7=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाती है तथा जिसका x अन्तः खंड -4 के बराबर है।

- (ii) m parallel lines in a plane are intersected by a family of n parallel lines. Find the total number of parallelograms so formed.

किसी समतल में m समान्तर रेखाओं को एक अन्य n समान्तर रेखाओं का कुल प्रतिच्छेद करता है। इस प्रकार बनने वाले समान्तर चतुर्भुजों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- (iii) If P and Q are respectively the sum of the odd and even terms in the expansion of $(x+1)^n$, then prove that $P^2-Q^2=(x^2-1)^n$

यदि $(x+1)^n$ के प्रसार में विषम पदों तथा सम पदों का योग क्रमशः P तथा Q है, तो सिद्ध कीजिए कि $P^2-Q^2=(x^2-1)^n$

3. Solve graphically the system of inequations:

निम्न असमीकरण निकाय का हल आलेखीय विधि द्वारा कीजिए:

$$5x + 3y < 0 ; 3x - 4y + 7 > 0$$

Or (अथवा)

Find the matrix A satisfying the following matrix equation:

निम्न आव्यूह समीकरण को सन्तुष्ट करने वाला आव्यूह A ज्ञात कीजिए:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Using properties of determinants, prove the following

सारणिकों के गुण धर्मों का प्रयोग कर निम्न को सिद्ध कीजिए।

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

Or

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, Find A^{-1} , Using A^{-1} , solve the system of equations

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए.

A^{-1} का प्रयोग कर निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए:

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

5. **Project work (परियोजना कार्य)**


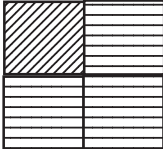
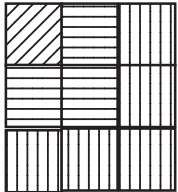

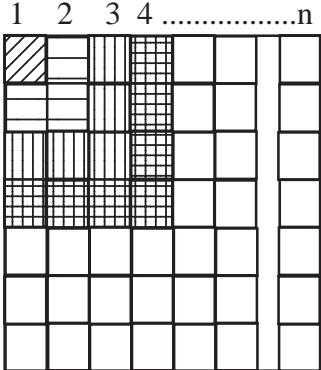
To experimentally show the sum of first n odd natural numbers, i.e.

प्रयोग द्वारा प्रथम n विषम संख्याओं का योग ज्ञात करना अर्थात्,

$$1+3+5+7 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Let us form the following table

आइए हम निम्न तालिका बनाएँ,

| Odd natural Numbers विषम संख्याएँ | Sum योग | Number of terms पदों की संख्या | Graphical representation आलेखीय निरूपण |
|--------------------------------------|---|-----------------------------------|---|
| 1 | $1=1^2$ | 1 |  : $1 = 1^2$ |
| 1,3 | $4=2^2$ | 2 |  : $4 = 2^2$ |
| 1,3,5 | $9=3^2$ | 3 |  : $9 = 3^2$ |
| 1,3,5,7 | $16=4^2$ | 4 |  : $16 = 4^2$ |
| 1,3,5,7 terms | $1+3+5+7\dots$ $n \text{ terms} = n^2$ | n |  |

Mathematics

गणित

(311)

Assignment - II

मूल्यांकन पत्र - II

(Lessons 12-21)

(पाठ 12 से 21 तक)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

Note: (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

टिप्पणी: सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

1. Answer any two of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए:

(a) The N arithmetic means, $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ between 30 and 90 are such that the ratio of A_1 to A_n is 3:7 find the value of n .

30 और 90 के मध्य n समांतर माध्य $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ इस प्रकार हैं कि A_1 तथा A_n का अनुपात 3:7 है। n का मान ज्ञात कीजिए।

(b) The product of first three terms of a G.P. is 5832, If 14 is added to the second term and 4 is added to its third term, the three terms form an A.P. Find the terms of the G.P.

एक गुणोत्तर श्रेणी (G.P) के प्रथम तीन पदों का गुणनफल 5832 है। यदि इसके दूसरे पद में 14 तथा तीसरे पद में 4 जोड़ दिया जाए तब यह तीनों पद समांतर श्रेणी (A.P) बनाते हैं। G.P. के पद ज्ञात कीजिए।

(c) If S_1, S_2, S_3 are the sums of first n natural numbers, their squares, their cubes respectively, show that $9 (s_2)^2 = s_3(1 + 8s_1)$

यदि S_1, S_2, S_3 क्रमशः पहली प्राकृत संख्याओं, उनके वर्गों, उनके घनों के योग हैं तो दर्शाइए कि $9 (s_2)^2 = s_3(1 + 8s_1)$

2. Answer any two of the following questions:

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए:

(a) Prove that

$$\cos^2(A-B) + \cos^2 B - 2 \cos(A-B) \cos A \cos B = \sin^2 A.$$

सिद्ध कीजिए कि:

$$\cos^2(A-B) + \cos^2 B - 2 \cos(A-B) \cos A \cos B = \sin^2 A.$$

(b) If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$, show that $f \circ f(x) = x$ for all $x \neq \frac{2}{3}$. What is the inverse of f ?

यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$, है तो दर्शाइए कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$, के लिए $f \circ f(x) = x$. फलन f का प्रतिलोम फलन क्या है?

(c) Find the equation of the ellipse whose focus is $(1, -2)$, the directrix $3x-2y+5=0$ and eccentricity equal to $e = \frac{1}{2}$.

उसी दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(1, -2)$ तथा नाभि उत्केन्द्रता $e = \frac{1}{2}$ है तथा नियता $3x - 2y + 5 = 0$ है।

3. Determine the values of a, b, c for which the function.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & , \text{ for } x < 0 \\ c & , \text{ for } x = 0 \\ \frac{\sqrt{x+bx^2} - \sqrt{x}}{bx^{3/2}} & , \text{ for } x > 0 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 0$$

a, b, c के वह मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & , x < 0 \text{ के लिए} \\ c & , \text{ for } x = 0, x = 0 \text{ के लिए} \\ \frac{\sqrt{x+bx^2} - \sqrt{x}}{bx^{3/2}} & , \text{ for } x > 0, x > 0 \text{ के लिए} \end{cases}$$

$x = 0$ पर सतत् है।

or

In a ΔABC , Prove that

$$a^3 \cdot \cos(B-C) + b^3 \cdot \cos(C-A) + c^3 \cdot \cos(A-B) = 3abc.$$

ΔABC में, सिद्ध कीजिए कि—

$$a^3 \cdot \cos(B-C) + b^3 \cdot \cos(C-A) + c^3 \cdot \cos(A-B) = 3abc.$$

4. Answer any two of the following questions.

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए:

(a) Find the derivative of $(2x+3)^3$ using first principles.

प्रथम सिद्धान्त का प्रयोग करते हुए $(2x+3)^3$ का अवकलज ज्ञात कीजिए।

(b) Solve the equation: $4\sin x \sin 2x \sin 4x = \sin 3x$

निम्न समीकरण को हल कीजिए:

$$4\sin x \sin 2x \sin 4x = \sin 3x$$

(c) Solve for x

$$2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$$

x के मान के लिए हल कीजिए।

$$2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$$

5. Project Work

Given below is a graphical representation, which depicts reasons of strikes/closures in factories/mills. Read the graph and reply the following questions:

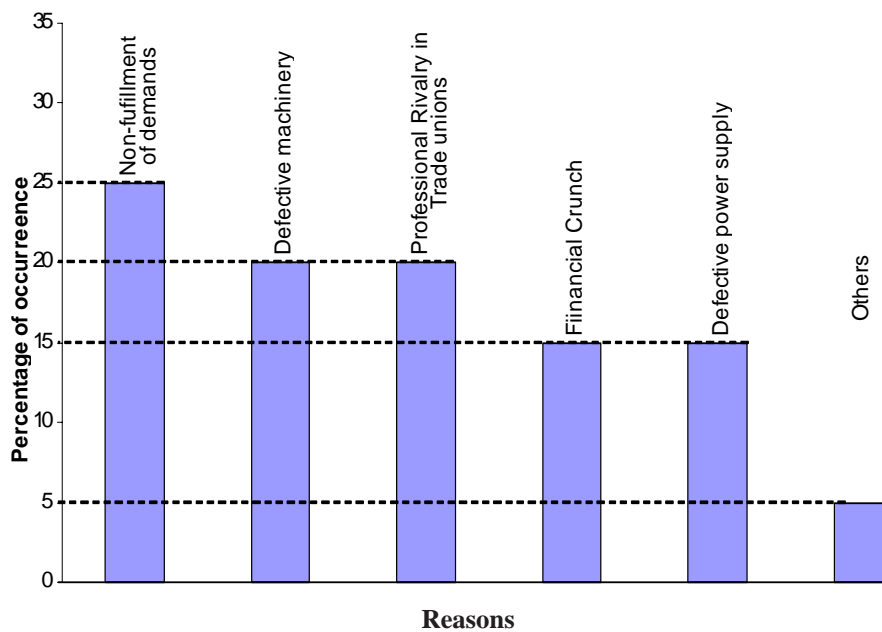


Fig. 1
(आकृति 1)

- According to you, which two are the main reasons for closures of factories.
- Do you see any other important reasons which has not been visualised by the experimenter? If yes, state that (those).
- Do you think the extent of occurrence of strikes / closures of mills is correct? If not, according to you for which reason(s), it is not correct.

- (iv) Plan a visit, if possible to a group of sick factories, and collect data yourself and then draw the graph.

परियोजना कार्य

ऊपर दी गई आकृति 1 में विभिन्न फैक्ट्री (अथवा मिलों) के बन्द होने (हड़ताल होने) के कारण दर्शाए गये हैं। आकृति को देखकर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. आपके अनुसार मिलों के बन्द होने के दो मुख्य कारण क्या हैं।
2. क्या आप अन्य कोई ऐसा (ऐसे) कारण सोच सकते हैं जो प्रयोगकर्ता ने छोड़ दिया है? यदि हाँ, तो उसे (उन्हें) लिखिए।
3. क्या आपके अनुसार इन कारणों के घटने की प्रतिशतता सही है।
यदि नहीं, तो बताइए कि किस (किन) कारणों की प्रतिशतता सही नहीं है।
4. यदि हो सके तो ऐसी न ठीक चलती (जो बन्द होने के कगार पर) मिलों के समूह में जाकर उनके ठीक न चलने के कारण स्वयं एकत्रित कर उनका आलेखीय निरूपण कीजिए।

Mathematics

गणित

(311)

Assignment - III

मूल्यांकन पत्र - III

(Lessons 22-31)

(पाठ 22 से 31 तथा अन्य पाठ-वैकल्पिक मॉड्यूलस)

Max. Marks: 25

कुल अंक : 25

Note: (i) All questions are compulsory. Each question carries equal marks.

टिप्पणी: सभी प्रश्नों के उत्तर देने अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

(ii) Write your name, enrolment number, AI name and subject etc. on the top of the first page of the answer sheet.

उत्तर पुस्तिका के प्रथम पृष्ठ पर ऊपर की ओर अपना नाम, अनुक्रमांक, अध्ययन केन्द्र का नाम, विषय आदि स्पष्ट शब्दों में लिखिए।

1. Answer any two of the following questions:

निम्न में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) If $y = x^x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$

यदि $y = x^x$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$

(b) It is given that for the function f given by $f(x) = x^3 + bx^2 + ax$, $x \in [1, 3]$ Roll's theorem

holds with $c = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$, find the values of a and b .

यदि $x \in [1, 3]$ पर फलन f प्रदत्त है $f(x) = x^3 + bx^2 + ax$, द्वारा, के लिए रोले का प्रमेय

सत्यापित है, और $c = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$, हो, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।

(c) If $y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$, show that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{a^2 - x^2}$

यदि $y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$, है तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{a^2 - x^2}$

2. Answer any two of the following questions:

निम्न में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(a) Show that the function $f(x) = \tan x - 4x$ is decreasing function on $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right)$

दर्शाए कि $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ पर फलन $f(x) = \tan x - 4x$ एक ह्रसमान फलन है।

- (b) Show that the greatest volume of the cylinder which can be inscribed in a cone of height h and semivertical angle α is $\frac{4}{27} \pi h^3 \tan^2 \alpha$

दर्शाए कि h ऊँचाई तथा α अर्धशीर्ष कोण वाले शंकु के अन्तर्गत बने अधिकतम आयतन वाले बेलन का आयतन $\frac{4}{27} \pi h^3 \tan^2 \alpha$ है।

- (c) Find the equation of tangent line to $y=2x^2+7$ which is parallel to the line $4x-y+3=0$

वक्र $y=2x^2+7$ की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि सरलरेखा $4x-y+3=0$ के समांतर हो।

3. (a) Evaluate

मान ज्ञात कीजिए: $\frac{4}{27} \pi h^3 \tan^2 \alpha$

Or

Evaluate:

मान ज्ञात कीजिए: $\int_0^\pi \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx.$

Or (अथवा)

- (b) Find the general solution of the following differential equation.

$$\sqrt{1+x^2+y^2+x^2y^2} + xy \frac{dy}{dx} = 0.$$

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

$$\sqrt{1+x^2+y^2+x^2y^2} + xy \frac{dy}{dx} = 0.$$

4. (a) Find the equation of the plane passing through the point $(-1,3,2)$ and perpendicular to each of the plane $x+2y+3z=5$ and $3x+3y+z=0$

बिन्दु $(-1,3,2)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $x+2y+3z=5$ तथा $3x+3y+z=0$ में से प्रत्येक पर लम्ब हो।

Or (अथवा)

Calculate premium for a policy of Rs. 3,00,000 endowment insurance (with profits), if a man aged 29 years wants it for a term of 25 years, assume that the man pays through salary saving scheme and the policy also covers the risk of accident.

3,00,000 ₹ की अक्षय निधि (एन्डोमेंट) बीमा पॉलिसी (लाभ सहित) के लिए प्रीमियम की गणना कीजिए, यदि कोई 29 वर्ष आयु का व्यक्ति उसे 25 वर्ष के लिए लेना चाहे। यह मान लीजिए कि वह व्यक्ति वेतन बचत योजना के अंतर्गत भुगतान करेगा तथा पॉलिसी दुर्घटना का लाभ भी समाहित करती है।

- (b) The means of two samples of sizes 50 and 100 respectively are 54.1 and 50.3; the standard deviations are 8 and 7. Find the standard deviation of the sample of size 150.

दो प्रतिदर्शों के मापों 50 और 100 के माध्य क्रमशः 54.1 और 50.3 हैं तथा मानक विचलन 8 और 7 हैं। दोनो प्रतिदर्शों को इकट्ठा करने पर 150 माप वाले प्रतिदर्श का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

5. Project work

To find out experimentally if a function is increasing or decreasing or none in an open interval

Consider $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$. Take the origin as the point. The graph of $f(x)$ is as follows.

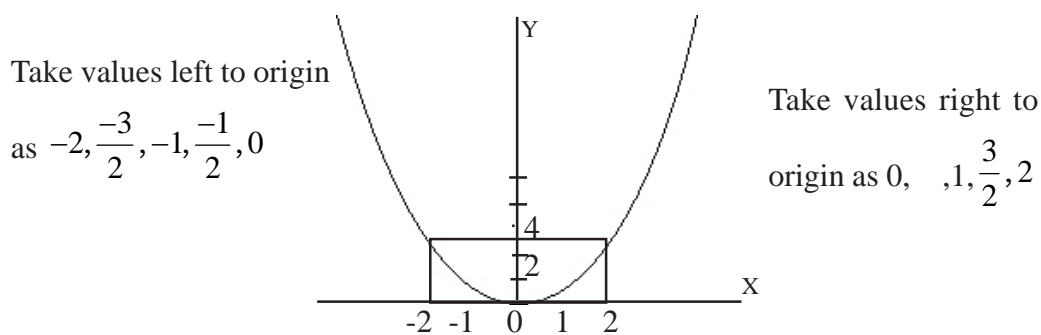


Fig. 1

Let us form the table of values of $f(x)$ at these points

Values left to origin

| x | f(x) |
|------|------|
| -2 | 4 |
| -3/2 | 9/4 |
| -1 | 1 |
| | |
| 0 | 0 |

Table-1

values right to origin

| x | f(x) |
|-----|------|
| 0 | 0 |
| 1/2 | |
| 1 | 1 |
| 3/2 | 9/4 |
| 2 | 4 |

Table-2

consider the graph to the right of origin

As x increases, y increases, for $x > 0$, the function is increasing [as. $x_2 > x_1$.f (x_2)> f(x_1)]

To the left of origin

As x decreases, y increases, i.e. $x_2 < x_1, f(x_2) > f(x_1)$

\Rightarrow for $x < 0$, the function is decreasing.

5. परियोजना कार्य

प्रयोग द्वारा ज्ञात करना कि एक फलन एक खुले अन्तराल में वर्धमान है, ह्रासमान है अथवा कुछ नहीं

माना $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$. माना मूल बिन्दु लें। $f(x)$ का आलेख नीचे दिया है।

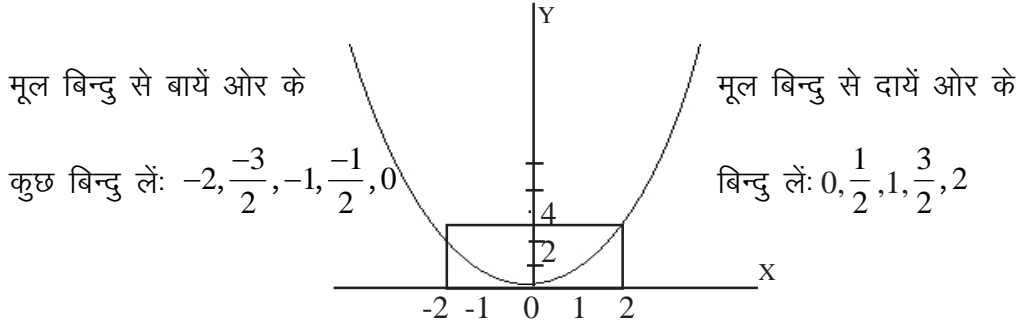


Fig. 1

आइए $f(x)$ के उपरोक्त मानों की तालिकाएँ बनाएँ

| x | $f(x)$ |
|------|--------|
| -2 | 4 |
| -3/2 | 9/4 |
| -1 | 1 |
| | |
| 0 | 0 |

Table-1

| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 0 | 0 |
| 1/2 | |
| 1 | 1 |
| 3/2 | 9/4 |
| 2 | 4 |

Table-2

माना आलेख मूल बिन्दु से दायीं ओर: जैसे जैसे x -बढ़ता है, y भी बढ़ता है

अतः $x > 0$ के लिए फलन वर्धमान है $[x_2 > x_1, f(x_2) > f(x_1)]$

आलेख मूल बिन्दु से बायें ओर देखें। जैसे जैसे x बढ़ता है y घटता है

अतः $x < 0$ के लिए फलन ह्रासमान है। $[x_2 < x_1, f(x_2) > f(x_1)]$